

Les Supernova de type Ia et l'accélération de l'expansion de l'univers

Serge Chaudourne

Mémoire pour le Cours Diffusion des Savoirs Physique des Étoiles (UJF – OSUG – TUE 353)

1. Introduction

En 1927 l'astronome Hubble, examinant les spectres des galaxies lointaines, constata que la longueur d'onde λ_0 des raies spectrales caractéristiques de certains éléments était plus grande que la longueur d'onde λ des mêmes raies mesurées en laboratoire. Ce « décalage vers le rouge » fut d'abord interprété comme un effet Doppler témoignant d'une vitesse d'éloignement de ces galaxies.

Ce phénomène fut observé pour un grand nombre de galaxies suffisamment éloignées pour ne pas être soumises à des effets gravitationnels locaux, et il apparut que le décalage vers le rouge était proportionnel à la distance des galaxies (distance grossièrement estimée à l'époque, à partir de leur magnitude relative en supposant que la magnitude absolue de toutes les galaxies observées était du même ordre).

Ces observations conduisirent à l'hypothèse révolutionnaire d'un univers en expansion. Contrairement à ce que l'on pensait depuis l'antiquité, l'univers n'était pas statique : il avait un passé qu'il convenait d'explorer et un avenir que l'on devait s'efforcer de prévoir. La conséquence fut d'abord d'admettre que l'univers avait une origine, un point singulier à partir duquel son expansion a commencé. Ce point origine fut appelé « Big Bang » et son histoire eut un retentissement considérable jusque dans le grand public au point qu'aujourd'hui tout le monde connaît ce terme même sans forcément en connaître la signification exacte.

L'aventure allait se poursuivre avec un nouveau rebondissement récent. En effet, il apparait que cette expansion de l'univers, loin de se ralentir comme les lois usuelles de la physique nous le suggéraient, semble en fait s'accélérer pour une raison encore inconnue¹. Cette nouvelle énigme, découverte par des cosmologistes il y a plus de 12 ans [Riess, 1998], confirmée dans le milieu scientifique depuis quelques années [CNRS, 2003] a déjà été récemment portée à la connaissance du grand public [Huet, 2010].

Il apparait que les Supernovas de type Ia en permettant des mesures de distances sur une très grande échelle ont apporté une contribution décisive à cette découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers, nous allons voir comment dans la suite de ce mémoire.

2. Interprétation « naïve » de l'expansion de l'univers dans le cadre de la mécanique classique

2.1 La loi de Hubble

La mécanique classique considère que les notions de temps et de distance sont indépendantes et ont chacune un caractère intrinsèque (c'est-à-dire indépendant de l'observateur). Dans ces conditions, on peut parler de la vitesse d'éloignement v d'une galaxie lointaine et de sa distance d par rapport à nous. La loi de Hubble s'exprime alors par la relation :

¹ Même si des hypothèses existent expliquant ce phénomène, elles se heurtent encore à des insuffisances de la physique fondamentale

$$v = H_0 \cdot d \quad (1)$$

H_0 est la constante de Hubble, estimée aujourd'hui² à 72 (km/s) / Mpc

2.2 Mesure de la vitesse dans le cadre de la mécanique classique

On assimile le le décalage de longueur d'onde vers le rouge à un effet Doppler pour une onde se propageant à la vitesse c (vitesse de la lumière) émise par un corps en mouvement à la vitesse d'éloignement v par rapport à l'observateur. La longueur d'onde λ_0 mesurée par l'observateur au point de réception est décalée par rapport à la longueur d'onde λ émise par la source³ d'une quantité reliée à la vitesse de la source par la relation suivante :

$$\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad (2)$$

λ peut être mesuré en laboratoire, c est connu, et λ_0 est mesuré à l'aide d'un spectrographe associé au télescope qui observe l'objet, on peut donc en déduire v

2.3 Mesures de la distance lumineuse dans le cadre de la mécanique classique

Nous avons vu que la mesure du décalage vers le rouge permet d'obtenir la vitesse d'éloignement d'une galaxie. L'application de la relation de Hubble conduit alors très simplement à l'estimation de la distance. Inversement, on peut souhaiter estimer la distance indépendamment, ce qui permettra de vérifier la relation et d'estimer H_0 .

Un des moyens consiste à mesurer le flux d'énergie lumineuse qui nous parvient en provenance de la source située à la distance d_L que l'on cherche à estimer. Si l'on désigne par f ce flux ramené à l'unité de surface du détecteur, on peut écrire qu'il résulte de la dilution de l'énergie lumineuse totale émise par unité de temps L (appelée aussi luminosité) sur une sphère de rayon d_L . On a donc la relation :

$$f = \frac{L}{4\pi d_L^2} \quad (3)$$

Si donc on connaît L la mesure de f permet de calculer d_L

La difficulté consiste à repérer des sources éloignées suffisamment intenses et dont on connaît à priori la luminosité L . Ces sources sont appelées « chandelles ». C'est le cas des supernovas de type Ia comme nous allons le voir.

3. Les supernovas de type Ia « chandelles » de l'univers

3.1 Définition et mode de fonctionnement des supernovas de type Ia

Une Supernova de type Ia (SNe Ia) se forme à partir d'une naine blanche dont la masse augmente par accrétion de matière provenant d'une étoile voisine. Rappelons qu'une naine blanche est constitué de noyaux d'atomes de carbone et d'oxygène entourés d'un gaz d'électrons dégénérés qui supporte la masse de l'étoile.

L'augmentation de masse par accrétion est supporté par la pression de dégénérescence des électrons tant que cette masse reste inférieure à la masse de Chandrasekar (environ 1,38 masse solaire). Au moment où cette masse critique est dépassée un début d'effondrement a lieu qui augmente la température au point de déclencher la fusion

2 D'une manière générale, on notera avec un indice 0 les coordonnées d'un observateur situé ici (sur la Terre) et maintenant (à l'époque actuelle) ainsi que les variables qui lui sont liées. On notera sans indice les coordonnées d'un point quelconque de l'espace-temps ainsi que les variables qui lui sont liées.

3 Mesurée dans un repère lié à la source

du carbone ($T=400 \cdot 10^6 K$). L'augmentation de la température par l'énergie produite ne peut être stabilisée par la dilatation de l'enveloppe (comme pour une étoile ordinaire) car la pression de dégénérescence des électrons est indépendante de la température. La réaction de fusion s'emballe et provoque une déflagration (qui se transforme peut-être en détonation⁴). La température est si élevée que la fusion des éléments se poursuit en quelques instants jusqu'au Nickel 56 qui se désintégrera ensuite progressivement en Fer, élément le plus stable de tous. La puissance de l'explosion est telle que l'ensemble de la matière de l'étoile est projetée à très grande vitesse dans l'espace avoisinant. La luminosité est alors si intense qu'elle est temporairement comparable à celle d'une galaxie entière et peut donc être observée à des distances considérables (fig. 1).



Figure 1 : La supernova SN 1994D et la galaxie NGC4526

3.2 Utilisation des supernovas de type Ia pour la mesure des distances

Les SNe Ia ont toutes la même masse (masse de Chandrasekar) constituée essentiellement de Carbone qui fusionne jusqu'au Ni 56, il est donc logique que l'énergie dégagée par l'explosion soit identique pour toutes les SNe Ia. C'est ce qui a été confirmé par l'observation. Cette énergie est d'environ 10^{44} Joules pour l'énergie cinétique de la matière projetée, les photons générés conduisant à une luminosité maximum d'environ 10^{36} Watts.

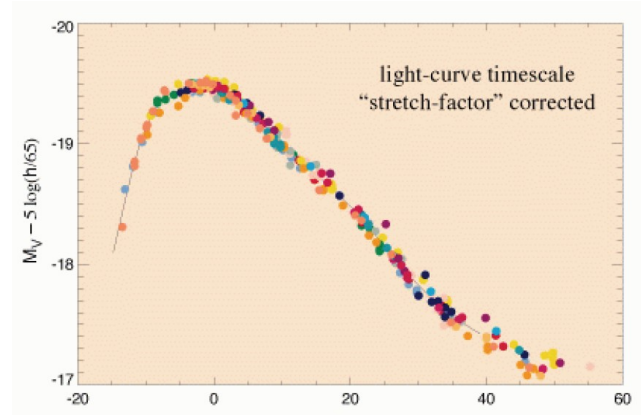
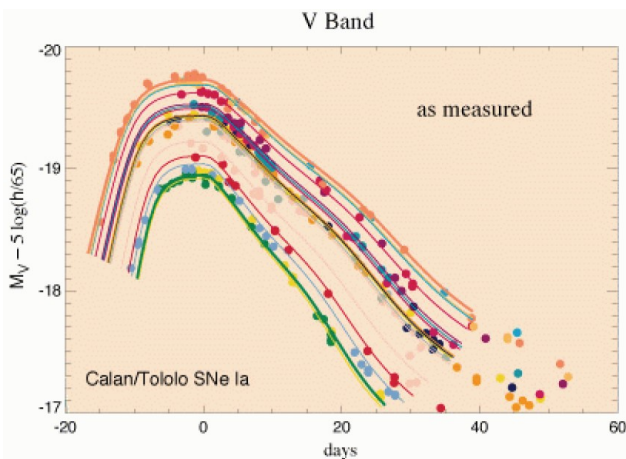


Figure 2 : Évolution de la luminosité de plusieurs SNe Ia Figure 3 : Évolution corrigée de la luminosité des SNe Ia

C'est cette luminosité constante qui nous intéresse pour les mesures de distance comme indiqué au § 2.3 . La courbe de luminosité d'une SNe Ia a une forme caractéristique avec une montée rapide, un maximum et une traîne, le tout étalé sur quelques dizaines de jours. L'échelle de temps de cette courbe varie légèrement selon les

4 A la différence d'une déflagration, le front de combustion d'une détonation se propage à une vitesse supersonique

supernovas observées (fig. 2), mais après application d'une correction de « distension » on s'aperçoit que toutes les courbes se confondent et correspondent à une luminosité maximum unique (fig.3).

4. Interprétation de l'expansion de l'univers dans le cadre de la Relativité Générale

4.1 Les insuffisances de la théorie classique

Les photons associés aux ondes lumineuses nous parvenant d'une source se propagent à une vitesse finie qui est la vitesse de la lumière c . Si l'objet est très lointain, le flux f qui nous parvient à l'instant t_0 a été émis à un instant t qui peut être très antérieur (1 milliard d'années si l'objet se trouve à 1 milliard d'années-lumière !). Ainsi, l'objet source de l'émission ne se trouve plus au moment de la réception au point où il était à l'instant de l'émission et pendant le temps de transit du signal $t_0 - t$ l'univers s'est dilaté. On peut donc légitimement s'interroger sur la signification de la distance d mesurée selon la méthode du § 2.3. Cette question sera traitée au § 5.4, mais auparavant il faut abandonner la description de l'univers dans le cadre de la mécanique classique pour une description dans le cadre de la relativité générale, seul capable de rendre compte des phénomènes à très grande échelle. Nous allons donc donner ci-dessous les éléments essentiels de la description de l'univers dans ce cadre théorique.

4.2 Le cadre de la théorie de la Relativité Générale

Les remarques précédentes nous montrent que la nature finie de la vitesse de la lumière lie indissolublement les notions de temps et de distance au niveau des très grandes échelles. En 1905 Einstein tira toutes les conclusions de ce fait dans sa théorie de la relativité restreinte. Il montra que les notions d'intervalle de temps entre deux événements et de distance entre deux points de l'univers dépendaient de l'observateur et que seule une distance définie dans un espace-temps à 4 dimensions avait une valeur intrinsèque.

La seconde découverte d'Einstein (théorie de la relativité générale, 1913) fut de montrer que cet espace temps n'était pas un cadre indépendant dans lequel se trouvait la matière de l'univers, mais au contraire que c'était le contenu même de l'univers (en masse ou en énergie⁵) qui façonnait la *métrique*⁶ de cet espace-temps.

4.3 La métrique FRW et l'équation de Friedmann

Les mesures de durée et de distance doivent donc être remplacées par des mesures de distance généralisée dans un espace à 4 dimensions dont on définit localement la métrique, c'est-à-dire la notion de distance ds autour d'un point de coordonnées (x, y, z, t) en fonction du contenu masse-énergie au voisinage de ce point. Ce sont les équations d'Einstein de la relativité générale qui donnent cette fonction.

Si l'on se place à l'échelle de l'univers, c'est-à-dire que l'on ne s'intéresse qu'à des comportements globaux loin de toute masse ou énergie locale, on peut faire l'hypothèse que l'univers est isotrope en tout point. Cette hypothèse (appelée hypothèse cosmologique faible) n'exclut pas une évolution en fonction du temps, par contre on peut montrer qu'elle entraîne l'homogénéité dans l'espace (c'est-à-dire les mêmes propriétés en tout lieu). On montre alors que sous cette hypothèse la métrique de l'univers ne peut-être que de la forme suivante :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (4)$$

Cette métrique est souvent appelée métrique FRW (initiale des noms Friedmann, Robertson et Walker auxquels

5 Ce qui revient au même en raison de la relation d'équivalence $E=mc^2$

6 C'est-à-dire la mesure locale de la distance entre deux événements

on ajoute parfois le nom de Lemaitre). Elle correspond à une variété différentielle de dimension 4 dont le sous espace temporel à une dimension (coordonnée t) est orthogonal au sous espace géométrique à 3 dimensions spatiales (r, θ, φ) ⁷

Ce sous espace géométrique peut être courbe de type sphérique, plat, ou de type hyperbolique, selon que le paramètre k a pour valeur respectivement +1, 0 ou -1. Sa courbure est constante⁸.

- Pour un espace sphérique ($k=1$) $0 \leq r \leq 1$ (car les coefficients des terme carré de la métrique sont nécessairement positifs)
- Pour un espace plat ou hyperbolique ($k=0, k=-1$) r peut aller de zéro à l'infini

On voit que le terme spatial de cette métrique est affecté d'un facteur temporel $a(t)$ appelé *facteur d'échelle* et qui représente l'échelle de l'univers à l'instant t . L'expansion de l'univers se traduit alors mathématiquement par la croissance de la fonction $a(t)$. Les coordonnées spatiales (r, θ, φ) d'un objet sont appelées coordonnées comobiles. Un objet dont les coordonnées comobiles sont indépendantes du temps est réputé fixe⁹.

L'élément de métrique :

$$d\chi^2 = \frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (5)$$

permet par intégration de définir la quantité χ appelée distance comobile. Deux points dont la distance comobile est constante ne s'éloignent que par le fait de l'expansion de l'univers.

Remarque sur les unités

Les coordonnées (r, θ, φ) ainsi que la constante k et la distance comobile χ sont sans dimension.

En unités usuelles dt a la dimension d'un temps tandis que ds a la dimension d'une longueur, le facteur d'échelle $a(t)$ a donc la dimension d'une longueur. On rencontre dans certains ouvrages l'expression (4) de la métrique FRW sans le facteur c^2 . Ceci revient à faire $c=1$ et donc soit à exprimer les distances en seconde-lumière avec les temps en seconde, soit les temps en mètres-lumière avec les distances en mètre.

4.4 Retour sur le « décalage vers le rouge » - Le facteur z

Le décalage vers le rouge constaté dans les spectres en provenance de galaxies lointaines et décrit au § 2.2 ne peut plus être interprété comme l'éloignement de la galaxie dans un espace fixe, il doit être en fait considéré comme résultant de l'expansion de l'univers au cours du trajet de la lumière nous parvenant de cette galaxie.

On définira alors un paramètre z de la manière suivante :

$$z \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 = \frac{v}{v_0} - 1 \quad (6)$$

Comme on a vu qu'il n'était plus possible lors d'une mesure de séparer les éloignements en distance des éloignements dans le temps, on prendra pour caractéristique de cet éloignement global le paramètre z directement mesurable. Ainsi une valeur élevée de z correspondra à la réception d'un signal émis il y a très longtemps et dont la source était très éloignée.

7 Car il n'y a pas de termes croisés du type $dt.dr$, $dt.d\theta$ ou $dt.d\varphi$

8 Parce que l'on se situe à l'échelle de l'univers. La courbure locale n'est pas constante puisqu'elle augmente avec la densité locale de masse ou d'énergie

9 Mais les objets « fixes » s'éloignent les uns des autres au cours du temps du fait de l'expansion de l'univers

4.5 Le facteur z et l'expansion de l'univers

Considérons une source d'émission éloignée à la distance r de l'observateur et choisissons un repère tel que pour cette source $\theta=0$ et $\varphi=0$. En tout point du parcours d'un photon partant de la source au temps t et arrivant à l'observateur au temps t_0 , on a $ds=0$. Il en résulte, d'après l'expression de la métrique (4), que l'on a en intégrant sur tout le trajet :

$$\int_t^{t_0} \frac{cdt'}{a(t')} = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1-kr'^2}} \quad (7)$$

Remarquons d'abord que si $\delta t = t_0 - t$ est petit, r l'est aussi et cette relation devient¹⁰ : $c\delta t \simeq a_0 r$ ce qui correspond à la relation élémentaire entre intervalle de temps et distance parcourue d avec $d = a_0 r$

Par ailleurs, le second membre de l'équation (7) est indépendant de l'instant d'émission, si donc on compare avec le trajet d'un photon émis à l'instant $t + \delta t$ et arrivant à l'instant $t_0 + \delta t_0$ on a :

$$\int_t^{t_0} \frac{c dt'}{a(t')} = \int_{t+\delta t}^{t_0+\delta t_0} \frac{c dt'}{a(t')} \quad \text{ce qui donne, compte tenu de } \delta t \ll t \text{ et } \delta t_0 \ll t_0$$

$$\frac{c\delta t}{a} = \frac{c\delta t_0}{a_0} \quad (8)$$

en assimilant respectivement δt et δt_0 aux périodes d'émission et de réception de l'onde associée au photon,

on obtient : $\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{a_0}{a}$ soit, compte tenu de (6) :

$$\frac{a_0}{a} = 1 + z \quad (9)$$

Cette relation qui lie le paramètre z au facteur d'échelle de l'univers montre bien que le décalage vers le rouge est dû à l'expansion de l'univers et non à un effet Doppler correspondant à la source considérée.

4.6 Retour sur la constante de Hubble

Considérons une source proche pour laquelle $z \ll 1$ et $t = t_0 - \delta t$ (avec $\delta t \ll t_0$). On peut écrire en se limitant à une approximation d'ordre 1 :

$$a(t) = a(t_0 - \delta t) = a(t_0) - \delta t \cdot \dot{a}(t_0) + O(\delta t)^2 \quad \text{avec } \dot{a}(t) = \frac{da}{dt}$$

Portant dans la relation (9), il vient :

$$z = \delta t \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)} + O(\delta t)^2 \quad \text{soit, compte tenu de (6) et (2) : } z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad \text{d'où :}$$

$$v = c\delta t \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)} + O(\delta t)^2 \quad (10)$$

Lorsque $\delta t \rightarrow 0$, $c\delta t$ représente la distance à la source et, en comparant (10) avec (1), on obtient :

¹⁰ On notera désormais $a(t_0) = a_0$ et $a(t) = a$

$$\boxed{H_0 = \frac{\dot{a}_0}{a_0}} \quad (11)$$

Cette relation relie la constante de Hubble à l'évolution de l'échelle de l'univers.

Plus généralement, on pourra définir la constante de Hubble à l'âge t de l'univers par :

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (12)$$

On voit que sa valeur a évolué au cours du temps en fonction du facteur d'échelle.

5. Théorie et mesure de l'expansion de l'univers aujourd'hui

5.1 Les équations de Friedmann – Lemaître

Les éléments présentés dans les paragraphes précédents suggèrent que l'histoire de l'expansion de l'univers passe par la connaissance de l'évolution du facteur d'échelle $a(t)$. Nous présentons ci-dessous quelques éléments du modèle cosmologique standard actuel (appelé modèle Λ CDM) utiles pour comprendre précisément la relation entre les mesures issues de l'observation des SNe Ia et l'accélération de l'expansion de l'univers.

Vu à très grande échelle, on peut considérer que l'univers est rempli d'un fluide homogène dont la densité d'énergie totale ρ serait la somme de deux types d'énergie :

- l'énergie de masse des particules non relativistes (matière baryonique usuelle et matière non baryonique encore inconnue dite « matière noire »)
- l'énergie des particules relativistes (photons principalement) circulant à la vitesse de la lumière et constituant le rayonnement

auxquels il faudrait ajouter une énergie encore inconnue, reliée au vide et appelée « énergie sombre » dont les mesures actuelles nous obligent à postuler l'existence (voir ci-dessous).

Dans ces conditions, les équations de la relativité générale qui relient la courbure de l'espace-temps à la densité d'énergie conduisent aux deux équations suivantes, dites équations de Friedmann – Lemaître :

$$\boxed{\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3}} \quad (13)$$

$$\boxed{\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}} \quad (14)$$

Dans ces équations, le contenu de l'univers est assimilé à un fluide parfait de pression p qui est reliée à la densité d'énergie par une équation d'état du type :

$$p = w\rho c^2 \quad (15)$$

- pour les particules non relativistes (matière « froide ») la pression est liée à la vitesse d'agitation des particules qui est faible devant la vitesse de la lumière : $p \approx \rho v_{th}^2 \ll \rho c^2$ et l'on peut considérer que la pression est négligeable, soit $w=0$ dans l'équation d'état (15)
- pour le rayonnement p est la pression de radiation. On a donc $w = \frac{1}{3}$ et $\rho_r = \frac{\rho_r c^2}{c^2} = \frac{n_p h\nu}{c^2}$ (car

le photon n'ayant pas de masse, on ne peut définir ρ_r directement¹¹)

Les équations (13) et (14) permettent théoriquement de calculer l'évolution du facteur d'échelle $a(t)$ et le paramètre k de courbure de l'espace, à condition de connaître la constante Λ .

On remarque que dans le cas $\Lambda=0$ l'équation (14) s'écrit au temps actuel t_0 : $H_0^2 - \frac{8\pi G\rho_0}{3} = -\frac{k c^2}{a_0^2}$ on en déduit que le signe de k c'est à dire la courbure de l'univers au temps t_0 dépend de la valeur de ρ_0 par rapport à la valeur critique :

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (16)$$

Dans ces conditions l'univers actuel est à courbure sphérique si $\rho_0 > \rho_c$ hyperbolique si $\rho_0 < \rho_c$ et plat si $\rho_0 = \rho_c$

5.2 Évolution de l'expansion de l'univers dans quelques cas simples

Des équations de Friedmann – Lemaître, on peut tirer l'équation suivante¹² :

$$\frac{d(\rho c^2 a^3)}{dt} = -p \frac{d(a^3)}{dt} \quad (17)$$

Examinons les cas limites suivants :

1. L'énergie de l'univers provient essentiellement du rayonnement, on a $w = \frac{1}{3}$ dans l'équation d'état. C'est le cas dans l'univers primitif. L'équation (17) admet alors une solution du type $\rho_r \sim a^{-4}(t)$. Ceci correspond au fait que la densité des photons se dilue proportionnellement à l'élément de volume de l'univers qui varie en a^{-3} et que leur énergie diminue par décalage vers le rouge en a^{-1} .
2. L'énergie de l'univers provient essentiellement de la matière, on a $w = 0$ dans l'équation d'état. C'est le cas de l'univers devenu transparent après la recombinaison. L'équation (17) admet alors une solution du type $\rho_m \sim a^{-3}(t)$. Ceci correspond au fait que l'énergie de masse des particules se conserve et donc que la densité d'énergie décroît proportionnellement au volume c'est-à-dire en a^{-3} .

Voyons les conséquences de ces cas pour l'évolution du facteur d'échelle dans le cas très simple d'un univers plat ($k=0$) sans constante cosmologique ($\Lambda=0$) appelé univers de Einstein – de Sitter. En portant les valeurs respectives de ρ_r et ρ_m dans l'équation (14) on obtient :

$$1. \text{ Dans le cas de l'univers dominé par l'énergie du rayonnement : } a(t) \sim t^{1/2} \quad (18)$$

$$2. \text{ Dans le cas de l'univers dominé par l'énergie de la matière : } a(t) \sim t^{2/3} \quad (19)$$

On voit que dans ces deux cas $\ddot{a} < 0$ ce qui correspond à une expansion de l'univers *décélérée*.

L'équation (14) nous montre qu'une constante cosmologique non nulle ($\Lambda \neq 0$) est équivalent à une densité

11 n_p est la densité volumique de photons de fréquence ν

12 En dérivant l'équation (14) et en éliminant \ddot{a} à l'aide de l'équation (13)

d'énergie ρ_Λ constante, ce qui correspondrait à une forme d'énergie qui ne se diluerait pas avec l'expansion de l'univers. Une telle énergie, encore hypothétique conduirait en intégrant l'équation (14) à un facteur d'échelle :

$a(t) \sim \exp(Kt)$ avec $K = \sqrt{\frac{8\pi G\rho_\Lambda}{3}}$. On a alors $\ddot{a} > 0$ ce qui correspond à une expansion de l'univers accélérée.

En portant cette expression de $a(t)$ dans l'équation (13) on obtient $p = -\rho_\Lambda c^2$ c'est-à-dire une pression négative (!) correspondant à $w = -1$

En fait, la densité d'énergie ρ est la somme des 3 composantes rayonnement, matière et énergie sombre : $\rho = \rho_r + \rho_m + \rho_\Lambda$ et son évolution dans le temps avec le facteur d'échelle de l'univers est de la forme :

$$\rho = C_r a^{-4} + C_m a^{-3} + C_\Lambda \quad (20)$$

Ces résultats sont résumés sur la figure 4.

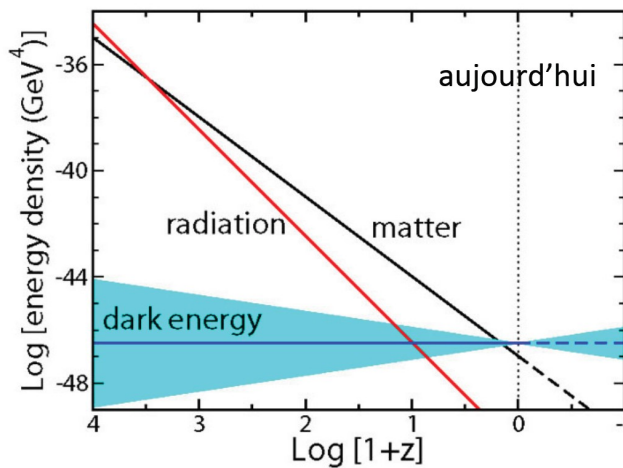


Figure 4 : (d'après C. Ceccarelli, cours DDS UJF)

5.3 Décélération ou accélération de l'expansion de l'univers

On a l'habitude de caractériser la décélération de l'univers par le paramètre adimensionnel $q(t)$ défini par :

$$q \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \quad (21)$$

Comme $a(t) > 0$ q est du signe opposé à $\ddot{a}(t)$:

$q(t) > 0$ l'expansion de l'univers décélère¹³

$q(t) < 0$ l'expansion de l'univers accélère

La valeur actuelle du paramètre de décélération est désignée par :

$$q_0 = q(t_0) \quad (22)$$

Il est d'usage de définir les paramètres adimensionnels standards au temps actuel t_0 de la manière suivante :

¹³ ce qui était attendu initialement, d'où le signe moins dans la définition de q

$$\Omega_M = \frac{\rho_0}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_0}{3H_0^2} \quad (23)$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} \quad (24)$$

$$\Omega_k = -\frac{k c^2}{a_0^2 H_0^2} = -\frac{k c^2}{\dot{a}_0^2} \quad (25)$$

Compte tenu de (22) et des équations de Friedmann – Lemaître (13) et (14) écrites au temps actuel t_0 on a :

$$\boxed{\Omega_M - 2\Omega_\Lambda = 2q_0} \quad (26)$$

$$\boxed{\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1} \quad (27)$$

5.4 Expression de la distance lumineuse dans le cadre de l'univers relativiste

5.4.1 Le contexte relativiste

La mesure de la distance d'un objet stellaire peut s'effectuer de plusieurs manières. On peut par exemple par mesurer le diamètre angulaire α d'un objet (angle sous lequel on voit l'objet) dont on connaît le diamètre vrai D ¹⁴, on obtient la distance angulaire d_A . On peut également évaluer la distance à l'aide de la mesure de la luminosité apparente d'un objet dont on connaît la luminosité vraie. C'est ce que l'on peut faire en utilisant les Supernova de type Ia comme indiqué au § 2.3 on obtient la distance lumineuse d_L . Dans le cadre classique d'un espace euclidien, d_A et d_L sont identiques. Dans le cadre d'un espace-temps relativiste, il n'en est rien et la relation (3) n'est plus valable. La relation qui permet d'estimer d_L à partir de la mesure du flux reçu f fait intervenir les paramètres du modèle d'univers choisi. Il en résulte que la mesure simultanée du décalage vers le rouge qui nous donne la valeur de z et celle de d_L pour un objet lointain du type SNe Ia nous fournira des informations sur les paramètres de l'univers et en particulier sur le paramètre de décélération actuel q_0 .

5.4.2 Calcul de la distance lumineuse en fonction de z dans l'espace – temps relativiste

Nous emprunterons l'essentiel du raisonnement à [Heyvaerts, 2006].

Plaçons l'origine des coordonnées sur la source et considérons le flux d'énergie émis à l'instant t par la source de luminosité L . Pour un observateur situé au point de coordonnées $r, \theta = \varphi = 0$ le flux d'énergie reçu par unité de surface reçu à l'instant t_0 résultera¹⁵ :

- de la dilution de L sur la sphère de rayon $a_0 r$ qui vaut : $4\pi a_0^2 r^2$
- de la perte d'énergie due au décalage vers le rouge du facteur : $\frac{v}{v_0} = 1 + z$
- de la dilatation du temps qui fait que les photons émis pendant le temps δt sont reçus pendant le temps δt_0 . Le nombre de photons reçus par unité de temps est donc divisé par $\frac{\delta t_0}{\delta t} = \frac{a_0}{a} = 1 + z$ (d'après (8) et (9))

¹⁴ Cette méthode n'est que théorique car dès que l'objet est à la distance d'une étoile, même peu lointaine, l'angle est trop petit pour être mesurable car il est en dessous de la limite de résolution des télescopes.

¹⁵ Pour simplifier, on notera $a(t_e) = a$ et $a(t_0) = a_0$

On a donc :

$$f = \frac{L}{4\pi(1+z)^2 a_0^2 r^2} \quad \text{d'où l'on déduit, en comparant avec (3), l'expression de la distance – luminosité :}$$

$$\boxed{d_L = (1+z) a_0 r} \quad (28)$$

La distance comobile r dépend des paramètres du modèle d'univers. Comme les supernova de type Ia nous permettent de mesurer indépendamment d_L et z l'application de cette relation nous donnera des informations sur ces paramètres.

Pour être plus précis, il faut exprimer r en fonction de z . Pour cela on utilisera la relation (7) qui permet d'exprimer la distance comobile σ entre deux points de l'univers de deux manière différentes.

L'intégration du second membre de (7) donne :

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{k}} \arcsin(r\sqrt{k}) \quad (29) \quad \text{si } k > 0$$

$$\chi = r \quad (30) \quad \text{si } k = 0$$

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{arsinh}(r\sqrt{k}) \quad (31) \quad \text{si } k < 0$$

d'où l'on tire :

$$r = \frac{1}{\sqrt{k}} S(\chi\sqrt{k}) \quad (32)$$

avec $S(u) = \sin u$ si $k > 0$, $S(u) = u$ si $k = 0$, $S(u) = \sinh u$ si $k < 0$

Exprimons le premier membre de (7) en fonction de z . Pour cela dérivons par rapport au temps l'expression

$$\text{de } a(t) \text{ tirée de (9), il vient : } \dot{a} = -\frac{a_0}{(1+z)^2} \frac{dz}{dt} = -\frac{a}{1+z} \frac{dz}{dt} \quad \text{d'où } dt = -\frac{a}{\dot{a}} \frac{dz}{1+z} = -\frac{dz}{H(1+z)}$$

Portant dans (7) et compte tenu de (9), nous obtenons :

$$\chi = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz'}{H} \quad (33)$$

Il reste à exprimer H en fonction de z . Pour cela utilisons la seconde équation de Friedmann (14) et considérons que nous sommes dans la période « froide » de l'univers, c'est-à-dire la période dans laquelle la matière domine sur le rayonnement dont la pression est devenue négligeable. Nous avons montré au § 5.2 que dans ce cas la densité de matière varie comme l'inverse du cube du facteur d'échelle de l'univers. On a donc, en utilisant

toujours l'indice 0 pour l'époque actuelle : $\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3$. En portant cette valeur dans (14), compte tenu de (9)

et (11), on obtient :

$$H^2 = H_0^2 \left[\frac{8\pi G \rho_0}{3H_0^2} (1+z)^3 - \frac{k}{a_0^2 H_0^2} (1+z)^2 + \frac{\Lambda}{3H_0^2} \right]$$

ou, sous forme adimensionnelle, avec les notations précédemment définies :

$$H^2 = H_0^2 \left[\Omega_M (1+z)^3 + \Omega_k (1+z)^2 + \Omega_\Lambda \right] \quad (34)$$

Portant dans (33) nous obtenons :

$$\chi = \frac{c}{a_0 H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M(1+z')^3 + \Omega_k(1+z')^2 + \Omega_\Lambda}} \quad (35)$$

Soit finalement, compte tenu de (28), (32) et (25) :

$$d_L = \frac{1+z}{H_0 \sqrt{|\Omega_k|}} S \left(c \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M(1+z')^3 + \Omega_k(1+z')^2 + \Omega_\Lambda}} \right) \quad (36)$$

avec $S(u) = \sin u$ si $\Omega_k < 0$, $S(u) = u$ si $\Omega_k = 0$, $S(u) = \sinh u$ si $\Omega_k > 0$

5.4.3 Approximation pour les petites valeurs de z

Il est intéressant de voir la forme approchée de l'expression (36) pour $z < 1$. Compte tenu de (27), le terme sous le signe somme de (36) peut s'écrire : $1 - \frac{1}{2}(3\Omega_M + 2\Omega_k)z + O(z^2)$, soit après intégration et compte tenu des développements limités de $\sin(x)$ et $\sinh(x)$ qui sont les mêmes au 3^{ème} ordre près :

$$d_L = \frac{c}{H_0} (1+z) \left[z - (3\Omega_M + 2\Omega_k) \frac{z^2}{4} + O(z^3) \right]. \text{ En tenant compte de (26) et (27), il vient finalement :}$$

$$d_L = \frac{c}{H_0} z \left[1 + \frac{z}{2}(1 - q_0) + O(z^2) \right] \quad (37)^{16} \text{ avec, d'après (26) :}$$

$$q_0 = \frac{\Omega_M}{2} - \Omega_\Lambda \quad (38)$$

L'expression (37), compte tenu de (2) et (6) se réduit au 1^{er} ordre en z à la relation de Hubble (1), mais on voit qu'au second ordre d_L n'est plus tout à fait proportionnel à z et l'écart est fonction du paramètre de décélération q_0 .

5.5 Utilisation de la distance lumineuse pour caractériser l'expansion de l'univers

La relation (36) nous montre clairement comment la relation théorique entre les deux grandeurs mesurables que sont la distance lumineuse d_L et le décalage vers le rouge z dépendent des paramètres cosmologiques. La relation (37) nous donne l'approximation pour les petites valeurs de z .

Nous avons vu que les SNe Ia sont des sources susceptibles de fournir des couples de données (d_L, z) on peut donc utiliser ces données pour connaître les valeurs des paramètres du modèle d'univers présenté ci-dessus.

Pour les faibles valeurs de z on utilisera la relation (37) que l'on écrit souvent directement sous forme du module de distance dans la bande B observée de la supernova : $\mu_B = m_B - M_B$ avec m_B magnitude relative et M_B magnitude absolue¹⁷. Un exemple de résultat est donné sur la figure 5.

Pour les plus grandes valeurs de z on cherchera les valeurs optimum des paramètres $\Omega_M, \Omega_\Lambda, \Omega_k$ qui minimisent les écarts entre ces données et les résultats de la relation (36). On représente alors le résultat de l'estimation de ces paramètres dans le plan $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$. Dans ce plan, d'après (38), la limite entre décélération et ac-

¹⁶ La relation obtenue est bien identique à celle obtenue par une méthode légèrement différente dans [Weinberg, 1972] page 442

¹⁷ $\mu_B(z)$ étant calculé à partir de (3) et (37)

l'accélération est représentée par une droite de pente 1/2, tandis que, d'après (27), la limite entre univers à courbure sphérique et univers à courbure hyperbolique est représentée par la droite $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$. Des exemples de résultats sont donnés sur les figures (6) et (7).

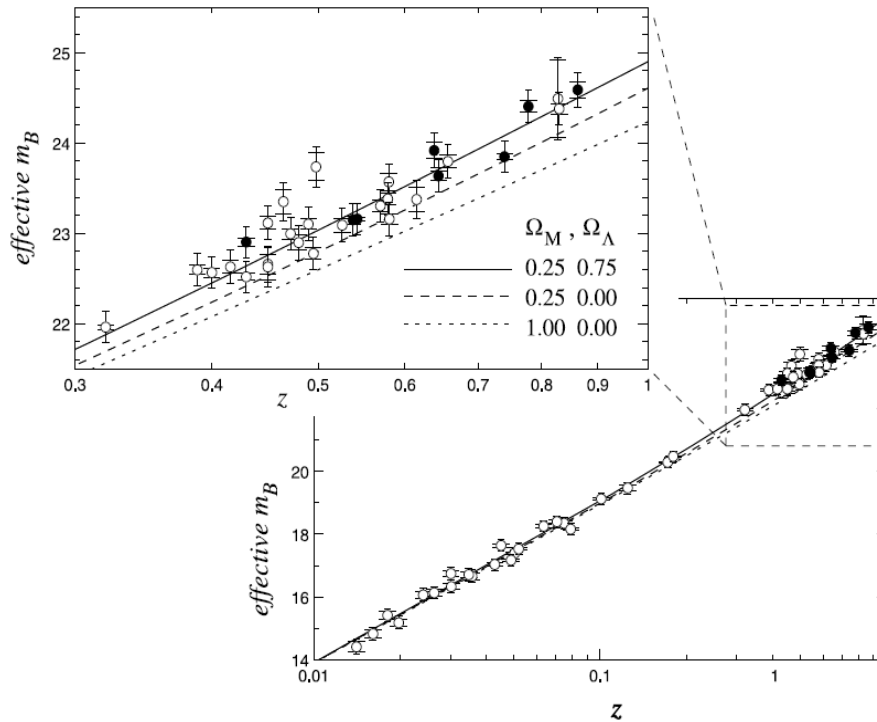


Figure 5 : Relation entre le module de distance m_B et z , points mesurés sur des SNe Ia et estimation des paramètres Ω_M et Ω_Λ (d'après [Knop et al., 2003])

6. Quelques résultats récents sur l'accélération de l'expansion de l'univers

Le principe général pour connaître l'accélération de l'expansion de l'univers consiste donc à effectuer des observations aboutissant à des mesures dont les résultats sont liés aux paramètres caractéristiques Ω_M et Ω_Λ puis à trouver les valeurs de ces paramètres qui minimisent les écarts entre le calcul et les mesures.

Trois principales observations permettent aujourd'hui de cerner les valeurs de ces paramètres : les mesures concomitantes de la distance lumineuse et du décalage vers le rouge des supernova SNeIa que nous venons de voir en détail, l'examen du fond diffus cosmologique¹⁸ et les lentilles gravitationnelles. La figure 8 donne les zones de valeur pour Ω_M et Ω_Λ auxquelles conduisent ces trois observations.

La bibliographie [Sperger et al. 2007], [Talon-Esmieu, 2009] donne pour les meilleures estimations actuelles de ces paramètres :

$$\Omega_M \simeq 0,27$$

$$\Omega_\Lambda \simeq 0,73$$

Ce qui correspond à un univers plat ($\Omega_M + \Omega_\Lambda \simeq 1$)

avec une expansion accélérée de paramètre : $q_0 \simeq -0,60$

¹⁸ Cosmological Microwave Background ou CMB

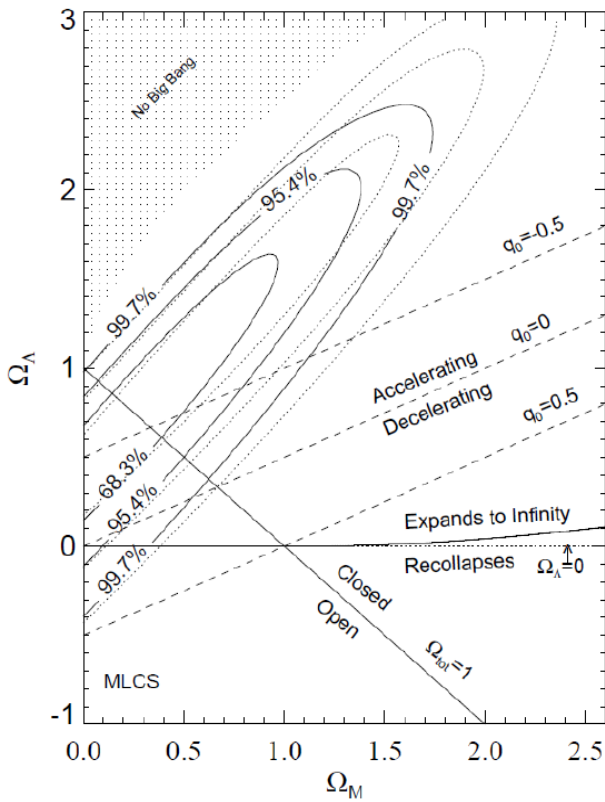


Figure 6 : Intervalles de confiance de l'estimation des paramètres cosmologiques à partir de l'observation de SNe Ia (d'après Riess, et al. 1998)

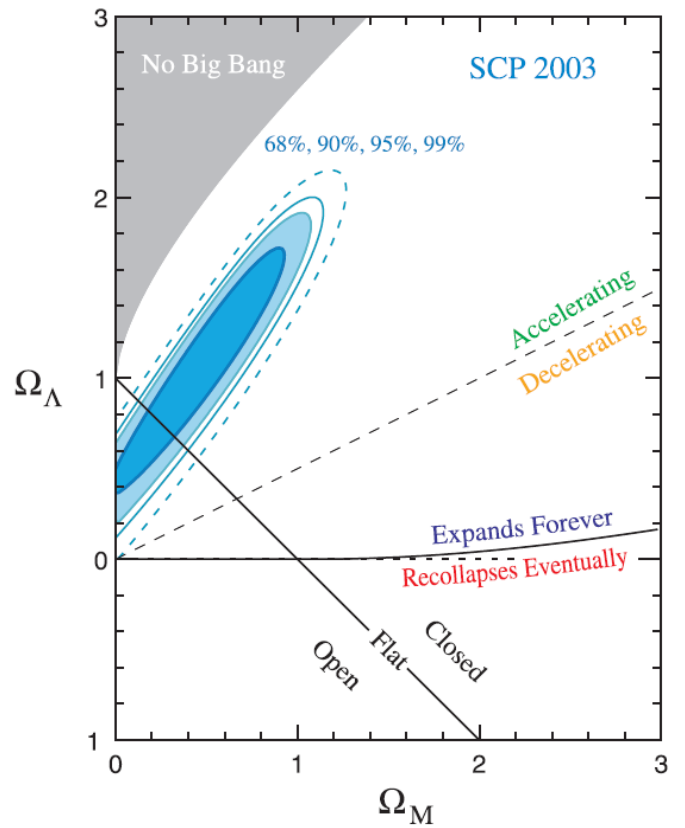


Figure 7 : Même estimation que fig. 6 avec onze Supernovas supplémentaires en 2003 (d'après Knop et al., 2003)

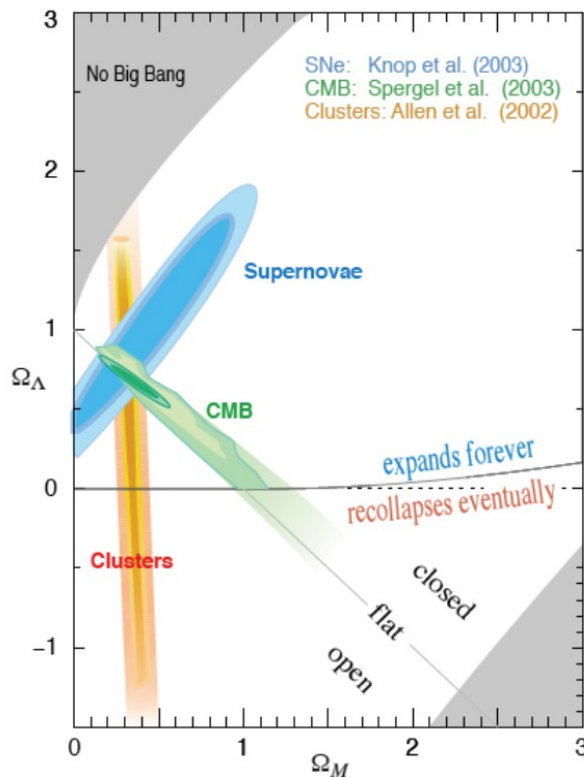


Figure 8 : Visualisation des estimations des paramètres cosmologiques à partir de divers types d'observations (d'après Ceccarelli, 2009)

7. Conclusion et perspectives

Avec l'étude des propriétés du fond diffus cosmologique, l'étude des supernova de type Ia est le moyen actuellement le plus efficace pour caractériser l'accélération de l'expansion de l'univers qui constitue probablement la plus grande énigme de la cosmologie contemporaine.

Il est à noter que dans le cadre du modèle cosmologique standard actuel, l'accélération de l'expansion de l'univers est totalement lié à la présence d'une constante cosmologique Λ non nulle dans les équations de Friedmann – Lemaître. Cette constante est interprétée physiquement comme la présence d'une énergie dite « sombre » (Dark Energy) reliée au vide quantique et qui ne se dilue pas avec l'expansion de l'univers.

Cette interprétation pose plus de questions qu'elle n'en résout et elle suppose des développements importants en physique fondamentale pour pouvoir s'appuyer sur des bases solides. C'est pourquoi, malgré de multiples confirmations cumulées sur plus de 10 ans, il convient de continuer à s'assurer que l'observation de cette accélération ne résulte pas d'un biais expérimental ou d'une mauvaise interprétation théorique. Dans cette optique, de nouveaux programmes d'observation à l'aide de satellites dédiés sont à l'étude, citons : Dark Energy Space Telescope (Destiny : NASA et US DOE), Supernova Acceleration Prob (SNAP : US LBNL) [Albert et al., 2005].

Par ailleurs, une meilleure connaissance des mécanismes d'explosion des SNe Ia qui conduirait à une estimation plus sûre de leur luminosité intrinsèque revêt une importance cruciale. Des travaux de simulation importants sont en cours. En particulier la possibilité récente de modèles multidimensionnels met en évidence l'importance de certaines dissymétries dans le déclenchement de l'explosion thermonucléaire, accréditant l'idée qu'il peut y avoir plus de différences que l'on croyait entre les diverses SNe Ia observées (voir [Kasen, 2009] et fig. 9)

Enfin, certains chercheurs – encore marginaux – vont jusqu'à contester l'interprétation théorique de l'accélération de l'univers, affirmant qu'il s'agit seulement d'un effet d'observation dû à une inégale répartition des masses dans l'univers et que cet effet peut parfaitement être expliqué par la relativité générale sans faire appel à la mystérieuse énergie sombre [Wiltshire, 2007], [Smale, 2010].

On voit donc en conclusion que la question de l'accélération de l'expansion de l'univers reste aujourd'hui largement ouverte.



Figure 9 : Simulation de l'explosion d'une SNe Ia

8. Références

- Albert J. et al.**, Dark Energy Task Force, *Supernova Acceleration Probe: Studying Dark Energy with type Ia Supernovae*, SLAC-PUB-11394 ArXiv : astr-ph/0507459, 19 Juillet 2005
- Bernardeau F.**, *Cosmologie, des fondements théoriques aux observations*, Savoirs Actuels, EDP Sciences, CNRS éditions (2007)
- Ceccarelli Cécilia, Le Bouquin Jean-Baptiste**, *Voie lactée, galaxies et cosmologie*, cours Diffusion des Savoirs, OSUG, UJF Grenoble (2009-2010)
- CNRS**, Confirmation of the accelerated expansion of the universe, CNRS, Press releases, 19 Septembre 2003
- Desert François-Xavier**, *Cours de cosmologie* (UJF, OSUG/LAOG)
- Heyvaerts Jean**, *Astrophysique, étoiles, univers et relativité*, Dunod (2006)
- Huet Sylvestre**, *L'univers met le turbo*, Journal Libération du 29 Avril 2010
- Kasen D.**, *The diversity of type Ia Supernovae from broken symmetries*, Nature 460, 869-872, 13 Août 2009
- Knop et al.**, *New constraints on Ω_M , Ω_Λ and w from an independent set of 11 high-redshift supernovae observed with the Hubble Space Telescope*, ApJ, 598 : 102-137, 20 Novembre 2003
- Lachièze-Rey Marc**, *Initiation à la cosmologie*, Dunod (2005)
- Le Bellac Michel**, *Relativité Générale pour débutants*, Rencontres non linéaires de Peyresq (2004)
- Lequeux James**, et al., *Étoiles et matière interstellaire*, Ellipse (2009)
- Phillips M.**, Calan/Tololo Supernova survey
- Riess A.G. et al.**, *Observational evidence from Supernovae for an accelerating univers and a cosmological constant*, The Astronomical Journal, 116 1009-1038, Septembre 1998
- Smale P.R., Wiltshire D.L.**, *Supernovae tests of timescape cosmology* ; Mon. Not. R.Astron. Soc. (ArXiv : 10095855v2), 3 Décembre 2010
- Sperger et al.**, *WMAP three years results, implications for cosmology*, ApJ Suppl. 170:377, 2007
- Talon-Esmieu Diane**, *Extraction des paramètres cosmologiques par une approche multi-sondes*, Thèse de doctortat, Université Aix-Marseille II, Décembre 2009
- Wiltshire D.L.**, *Dark Energy without Dark Energy*, WSPC Proc. (ArXiv : 0712.3984v1), 24 Décembre 2007
- Weinberg Steven**, *Gravitation and Cosmology : Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, John Wiley & Sons (1972)

Sites internet

<http://www.cfa.harvard.edu/supernova//home.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Type_Ia_supernova